欧拉公式（1743年发表）：

$$e^{iπ}+1＝0$$

设z=x+iy(这里，i=$\sqrt{-1}$，x,y都是实数)，这样$e^{z}$=$e^{x+iy}$=$e^{x}e^{iy}$,就是$e^{z}/e^{x}$=$e^{iy}$.

用牛顿幂级数展开式$e^{x}=1+\frac{x}{1!}+\frac{x^{2}}{2!}+\frac{x^{3}}{3!}+…, -\infty <x<\infty $

把$e^{iy}$展开，就得到：

$e^{z}/e^{x}$=$e^{iy}$=$1+\frac{iy}{1!}-\frac{y^{2}}{2!}-\frac{iy^{3}}{3!}+\frac{y^{4}}{4!}+\frac{iy^{5}}{5!}-\frac{y^{6}}{6!}-…$

 =$(1-\frac{y^{2}}{2!}+\frac{y^{4}}{4!}-\frac{y^{6}}{6!}+…)+i(\frac{y}{1!}-\frac{y^{3}}{3!}+\frac{y^{5}}{5!}-…)$

 =cosy+isiny

 $e^{x}e^{iy}$=$e^{x+iy}$=$e^{x}$cosy+isiny

$e^{iy}$=cosy+isiny

设这个欧拉公式中的y=$π$,就得到了上述欧拉公式：
$$e^{iπ}+1＝0$$

$$\sqrt{φ+2}=\frac{2^{-\frac{2π}{5}}}{1+\frac{e^{2π}}{1+\frac{e^{-4π}}{1+\frac{e^{-6π}}{1+.\_{.\_{.}}}}}}$$

$$e=2+\frac{1}{1+\frac{1}{2+\frac{2}{3+\frac{3}{4+\frac{4}{5…}}}}}$$

$$\frac{e+1}{e-1}=2+\frac{1}{5+\frac{1}{10+\frac{1}{14+…}}}$$