牛顿方法

二次方程的代数解我们可以表示为：$x=\frac{-b\pm \sqrt{b^{2}-4ac}}{2a}$

但是没有代数技术可以给出下面方程的精确解

$$x^{7}-3x^{5}+2x^{2}-11=0$$

牛顿方法可以为我们找到一个近似解；、

上述的形式是f(x)=0.考虑y=f(x)的图像，如下图所示，求解f(x)=0相当于求函数图像与x轴相交时的交点的x值。这样的点称为函数的x的截距，在图中它被标识为c.

1 牛顿方法首先要求我们猜测一个解，如图，我们把第一个猜测值

标识为x1.

2 切线的斜率是函数在点x=x1处的导数。表示为f’(x1).

$$f’\left(x1\right)=\frac{垂直上升}{水平移动}=\frac{y\_{2}-y\_{1}}{x\_{2}-x\_{1}}=\frac{0-f(x\_{1})}{x\_{2}-x\_{1}}=-\frac{f(x\_{1})}{x\_{2}-x\_{1}}$$

$x\_{2}=x\_{1}-\frac{f(x\_{1})}{f^{'}(x\_{1})}$(x2是c相对于x1更好的近似值)；

$x\_{3}=x\_{2}-\frac{f(x\_{2})}{f^{'}(x\_{2})}$(x3是c相对于x2更好的近似值)；

一般地，如果xn是第n步的近似值，那么这个近似值是：

$$x\_{n}-\frac{f(x\_{n})}{f^{'}(x\_{n})}$$

假设我们希望近似地估计$\sqrt{2}$.

$\sqrt{2}$是方程$x^{2}-2＝0$的解；

我们先估计x1=1;

$x\_{2}=x\_{1}-\frac{x\_{1}^{2}-2}{2x\_{1}}$=$\frac{x\_{1}^{2}+2}{2x\_{1}}$=$\frac{3}{2}$=1.50000

$x\_{3}$=$\frac{x\_{2}^{2}+2}{2x\_{2}}$=$\frac{17}{12}$=1.41666666

$x\_{4}=\frac{577}{408}$=1.414215686

$x\_{5}$=$\frac{665857}{470832}$=1.41421356237469